

1 Übungen zum Variablenumfang

1.1 Setzen Sie die x-Werte in den Term ein und berechnen Sie die Ergebnisse.

x	$-4x+5$	Wert
-2		
-1		
0		
1		
2		

x	x^2+2	Wert
-2		
-1		
0		
1		
2		

1.2

Setzen Sie die x-Werte in die Gleichung ein und stellen Sie fest, ob eine wahre oder falsche Aussage entsteht.

x	$-6x+15=-3$	w/f
0		
1		
2		
3		
4		

x	$x^2=49$	w/f
-7		
-3		
0		
3		
7		

1.3 Finden Sie

durch Probieren eine Zahl für x, sodass eine wahre Aussage

entsteht.

- a) $x+3=5$ b) $34+x=34$ c) $2x+8=18$ d) $45-15x=0$ e) $x \cdot x=36$

1.4 Für den Flächeninhalt A eines Rechtecks mit den Seitenlängen a und b gilt: $A=a \cdot b$, für den Umfang U gilt: $U=2a+2b$. Berechnen Sie A und U der folgenden Rechtecke.

- a) $a = 5\text{cm}$ und $b = 1\text{ cm}$ b) $a=12\text{m}$ und $b = 9\text{ m}$

1.5 Addieren bzw. subtrahieren Sie.

- a) $16a+23b-8a-11b$ b) $58p^3+16q+22p^3$ c) $12a+8b-5c+3b-2c$
 d) $2x+7y+5z+6x+3y+z$ e) $24s-4r^2-7s+18r$ f) $-56x^2+6y+3z+4x^2-x$
 g) $\frac{2}{5}a-\frac{1}{2}b-\frac{1}{10}a+\frac{3}{5}a$ h) $\frac{2}{3}x+\frac{5}{6}y-\frac{1}{6}x-\frac{2}{5}x$ i) $\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{8}x+\frac{3}{4}x^2+x$

1.6 Multiplizieren Sie.

- a) $5a \cdot 7a^3$ b) $3c^2 \cdot 9c^8$ c) $(-3a) \cdot (-4a^2)$ d) $(-2a) \cdot (3a) \cdot (-4a)$
 e) $3x \cdot 4y \cdot 5x$ f) $\frac{3}{4} \cdot \frac{u \cdot 4}{5} \cdot v$ g) $2u \cdot 5u^2 \cdot 3v$ h) $7u^2 \cdot (-8uv)$

Lösungen (unsortiert):

$$27c^{10} \quad -56u^3v \quad \frac{3}{5}uv \quad 12a^3 \quad 60x^2y \quad 24a^3 \quad 35a^4 \quad 30u^3v$$

1.7 Dividieren Sie.

- a) $25a : 5a$ b) $48z^8 : 6z^3$ c) $27x^2 : (-3x)$ d) $12x : 3y$
 e) $3z : 6y$ f) $18uv : (-3v)$ g) $(18x^5y^4) : (9x^3y^2)$ h) $(24u^3v) : (0,8u^2v^3)$

Lösungen (unsortiert):

$$15\frac{u}{v^2} \quad -9x \quad 4\frac{x}{y} \quad 5 \quad 8z^5 \quad -6u \quad 2x^2y^2 \quad \frac{z}{2y}$$

2 Algebraische Summen mit Variablen, Klammern

2.1 Vereinfachen Sie

- a) $7a-2b-9c+(5a+7c-9b)$ b) $3x+2y-9z-(7y+8x-6z)$
 c) $-(a-4b)-(7a+4b)$ d) $7(x^2-y)-3x^2+7y$ e) $\frac{1}{3}(6m-9)-6m+9$
 f) $\frac{2}{5}a\left(a-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{5}$

Lösungen (unsortiert):

$$\frac{2}{5}a^2-\frac{1}{5}a-\frac{1}{5} \quad -8a \quad -5x-5y-3z \quad 12a-11b-2c \quad -4m+6 \quad 4x^2$$

2.2 Klammer Sie gemeinsame Faktoren aus:

- a) $3a+6b-12c$ b) $4u^2+12uv$ c) $16z^3-8z^2+4z$
 d) $-3x+27xy-18x^2$ e) $\frac{1}{3}m+\frac{2}{3}-2n$ f) $\frac{2}{5}ab-\frac{4}{5}a^2-\frac{3}{10}a$

Lösungen (unsortiert):

$$-3x \cdot (1-9y+6x) \quad \frac{1}{3} \cdot (m+2-6n) \quad 4u \cdot (u+3v) \quad \frac{1}{5}a \cdot (2b-4a-\frac{3}{2})$$

$$3 \cdot (a+2b-4c) \quad 4z \cdot (4z^2-2z+1)$$

2.3 Lösen Sie die Klammern auf:

- a) $(a+b)(x+y)$ b) $(x+3)(5-y)$ c) $(6a-3b)(2a+3b)$
 d) $\left(\frac{1}{3}x+y\right)(3x-3)$ e) $\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}a\right)$ f) $\left(\frac{1}{2}x+4y\right)\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{4}y\right)$
 g) $(a+2b+3c)(a-b)$ h) $(25u-5v)(3u+v)(2v-3u)$ i) $(a+2b)^3$

Lösungen (unsortiert):

$$\frac{3}{8}x^2+\frac{7}{8}x \cdot y-1 \cdot y^2 \quad -x \cdot y+5 \cdot x-3 \cdot y+15 \quad 12 \cdot a^2+12 \cdot a \cdot b-9 \cdot b^2 \quad a \cdot x+a \cdot y+b \cdot x+b \cdot y$$

$$a^2+a \cdot b+3 \cdot a \cdot c-2 \cdot b^2-3 \cdot b \cdot c \quad 1 \cdot x^2+3 \cdot x \cdot y-1 \cdot x-3 \cdot y \quad a^3+6 \cdot a^2 \cdot b+12 \cdot a \cdot b^2+8 \cdot b^3$$

$$\frac{-2}{9} \cdot a \cdot x-\frac{1}{6} \cdot a+\frac{1}{6} \cdot x+\frac{1}{8} \quad -225 \cdot u^3+120 \cdot u^2 \cdot v+35 \cdot u \cdot v^2-10 \cdot v^3$$

2.4 Lösen Sie die Klammern mit Hilfe der binomischen Formel auf:

- a) $(m+n)^2$ b) $(2m+3n)^2$ c) $(u-v)^2$ d) $(2u-3v)^2$ e) $\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{3}\right)^2$
 f) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}b\right)^2$ g) $(m+n)(m-n)$ h) $(2m+2n)(2m-3n)$ i) $\left(\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}b\right)\left(\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}b\right)$

Lösungen (unsortiert):

$$4 \cdot m^2-2 \cdot m \cdot n-6 \cdot n^2 \quad m^2-n^2 \quad m^2+2 \cdot m \cdot n+n^2 \quad \left(\frac{1}{4}\right) \cdot x^2+\left(\frac{1}{3}\right) \cdot x \cdot y+\left(\frac{1}{9}\right) \cdot y^2 \quad u^2-2 \cdot u \cdot v+v^2$$

$$4 \cdot m^2+12 \cdot m \cdot n+9 \cdot n^2 \quad \frac{1}{4} \cdot a^2-2 \cdot \frac{1}{4} \cdot a \cdot b+\frac{1}{4} \cdot b^2 \quad 4 \cdot u^2-12 \cdot u \cdot v+9 \cdot v^2 \quad 0,25 \cdot a^2-1,5 \cdot a \cdot b+2 \cdot \frac{1}{4} \cdot b^2$$

2.5 Vereinfachen Sie, indem Sie dividieren oder faktorisieren und kürzen:

- a) $(6x+4y):2$ b) $(5a^3-3a^2+a):a$ c) $(42x^2+12xy):6$
 d) $(x^2-8x+15):(x-5)$ e) $(ac-ad+bc-bd):(a+b)$ f) $\left(\frac{3}{4}u^2-\frac{1}{3}v^2\right):\left(\frac{3}{4}u+\frac{1}{2}v\right)$

Lösungen (unsortiert):

$u-\frac{2}{3}\cdot v$ $5\cdot a^2-3\cdot a+1$ $3\cdot x+2\cdot y$ $x-3$ $x\cdot(7\cdot x+2\cdot y)$ $c-d$

3 Bruchrechnung mit Variablen

3.1 Kürzen Sie:

- a) $\frac{27a}{45}$ b) $\frac{-3a}{7a}$ c) $\frac{39p^2q}{91pq^2}$ d) $\frac{75r^2s^2t^2}{105p^2q^2r^2}$
 e) $\frac{6a+3}{2a+1}$ f) $\frac{a(u+v)^2}{b(u+v)}$ g) $\frac{18(p^2-q^2)}{4(p+q)}$ h) $\frac{21u^2+9u}{49u^2+42u+9}$

Lösungen (unsortiert):

$-\frac{3}{7}$ $\frac{3\cdot u}{7\cdot u+3}$ 3 $a\cdot\frac{3}{5}$ $\frac{a\cdot(u+v)}{b}$ $\frac{9}{2}\cdot(p-q)$ $\frac{3\cdot p}{7\cdot q}$ $\frac{5\cdot s^2\cdot t^2}{7\cdot p^2\cdot q^2}$

3.2 Erweitern Sie die Brüche auf die angegebenen Nenner:

- a) $\frac{2}{3}=\frac{?}{6}$ b) $\frac{7}{b}=\frac{?}{ab}$ c) $\frac{x}{y}=\frac{?}{2xy}$ d) $\frac{3p}{4q}=\frac{?}{16pq}$
 e) $\frac{1}{a-b}=\frac{?}{(a-b)^2}$ f) $\frac{b+3}{2b+11}=\frac{?}{14b+77}$ g) $\frac{2a+5}{a-1}=\frac{?}{a^2-1}$

Lösungen (unsortiert):

$\frac{2\cdot a^2+7\cdot a+5}{a^2-1}$ $\frac{a+b}{(a-b)^2}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{7\cdot b+21}{14\cdot b+77}$ $\frac{2x^2}{2x\cdot y}$ $\frac{12\cdot p\cdot q}{16\cdot p\cdot q}$ $\frac{7\cdot a}{a\cdot b}$

3.3 Addieren bzw. subtrahieren Sie. Kürzen Sie das Ergebnis so weit wie möglich:

- a) $\frac{3a}{4}+\frac{a}{4}$ b) $\frac{5b}{6}-\frac{2b}{3}$ c) $\frac{7}{x}+\frac{9}{x}$ d) $\frac{8b}{15}-\frac{7b}{15}-\frac{11b}{15}+\frac{13b}{15}$
 e) $\frac{1}{6x}-\frac{1}{9x}+\frac{1}{12x}$ f) $\frac{7}{5q}+\frac{12}{15q^2}-\frac{4}{3q}$ g) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ h) $\frac{7}{2x}+\frac{5}{2x^2+4x}$
 i) $\frac{a^2-2ab}{a^2-b^2}+\frac{a+b}{a-b}$ j) $\frac{2x-3}{x^2-6x+9}-\frac{2x+1}{x^2-9}$

Lösungen (unsortiert):

a $\frac{a^2+b^2}{a\cdot b}$ $\frac{16}{x}$ $\frac{1}{15}\cdot\frac{q+12}{q^2}$ $\frac{1}{5}\cdot b$ $\frac{5}{36}\cdot\frac{1}{x}$ $\frac{2\cdot(4\cdot x-3)}{x^3-3\cdot x^2-9\cdot x+27}$ $\frac{1}{6}\cdot b$ $\frac{2\cdot a^2+b^2}{a^2-b^2}$

3.4 Multiplizieren Sie und kürzen Sie sowie wie möglich.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{a}{4}$ b) $\frac{x}{5} \cdot \frac{y}{7}$ c) $\frac{b}{2} \cdot \frac{3}{c}$ d) $\frac{7}{8} \cdot 10a$ e) $\frac{7x+3}{16} \cdot (-4)$
 f) $\frac{7x+3}{16} \cdot \frac{1}{2q}$ g) $\frac{3(a-b)}{4c} \cdot 12c$ h) $\frac{4uv}{5(u+v)} \cdot \frac{30(u+v)^2}{u}$ i) $\frac{5x-10y}{x} \cdot \frac{x+y}{2x-2v}$

Lösungen (unsortiert):

$$\frac{1}{6} \cdot a \quad \frac{1}{35} \cdot x \cdot y \quad \frac{3}{2} \cdot \frac{b}{c} \quad \frac{35}{4} \cdot a \quad \frac{-7}{4} \cdot x - \frac{3}{4} \quad \frac{1}{32} \cdot \frac{7 \cdot x + 3}{q} \quad 9 \cdot a - 9 \cdot b \quad 24 \cdot v \cdot (u+v)$$

$$\frac{5}{2} \cdot \frac{-x^2 + x \cdot y + 2 \cdot y^2}{x \cdot (v-x)}$$

3.5 Dividieren Sie und kürzen Sie soweit wie möglich.

a) $\frac{a}{6} : \frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{b} : \frac{2}{3}$ c) $\frac{x}{y} : \frac{3}{4}$ d) $\frac{5}{6} : \frac{u}{v}$ e) $\frac{7a}{12} : 14$ f) $\frac{14}{15} : 21x$ g) $\frac{a}{3} : \frac{4a}{2}$
 h) $\frac{30y}{17z} : 6y$ i) $\frac{-65z^3}{72u} : -5z^2$ j) $\frac{6x-3y}{2} : \frac{x}{x-1}$ k) $\frac{y}{u+v} : \frac{7y^2}{5(u+v)}$ l) $\frac{x^2-y^2}{z^2} : \frac{x-y}{z}$

Lösungen (unsortiert):

$$\frac{3}{b} \quad 3x - 3 - \frac{3}{2}y \cdot \left(1 + \frac{1}{x}\right) \quad \frac{1}{24} \cdot a \quad \frac{2}{45} \cdot \frac{1}{x} \quad \frac{1}{6} \quad \frac{5}{17} \cdot \frac{1}{z} \quad 1 \frac{1}{3} \cdot \frac{x}{y} \quad \frac{13}{72} \cdot \frac{z}{u} \quad \frac{5}{7} \cdot \frac{1}{y} \quad \frac{x+y}{z}$$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{v}{u} \quad \frac{1}{2} \cdot a$$