

Herleitung Ableitungsregel an einem Beispiel

Bereits bekannt: $f(x) = x^2 \rightarrow f'(x) = 2x$

Herleitung der Ableitung von $f(x) = x^3$.

HINWEIS: Hier wird nur der Weg für $+\Delta x$ gezeigt.

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{(x+\Delta x) - x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x^3 + 2x^2\Delta x + x\Delta x^2 + x^2\Delta x + 2x\Delta x^2 + \Delta x^3) - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3 - x^3}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 3x^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2\end{aligned}$$

Durch die Grenzwertbildung erhält man $\Rightarrow 3x^2$

Weitere Ableitungsregeln

Potenzregel

Für die Ableitung der Potenzfunktion $f(x) = x^n$, mit $n \in \mathbb{N}$, gilt
 $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Faktorregel

Für die Ableitung der Potenzfunktion mit einer Konstanten $f(x) = c \cdot x^n$,
mit $n \in \mathbb{N}$ und $c \in \mathbb{R}$, gilt
 $y = c \cdot f(x) \rightarrow y' = c \cdot f'(x)$

Konstantenregel

Für die Ableitung einer Konstanten $f(x) = c$, mit $c \in \mathbb{R}$, gilt
 $y = c \rightarrow y' = 0$

Summenregel

Für die Summe zweier Funktionen $f(x)$ und $g(x)$, gilt
 $y = f(x) + g(x) \rightarrow y' = f'(x) + g'(x)$

Produktregel

Für das Produkt zweier Funktionen $f(x)$ und $g(x)$, gilt
 $y = f(x) \cdot g(x) \rightarrow y' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$