Cornelsen S. 185 A2 f)

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 5. Grades ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, hat in T(-1|-2) einen Tiefpunkt und verläuft durch den Punkt P(2|-13,25).

Lösung

Gesucht: $f(x)=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x^1+a_0$

Ansatz (s. auch https://www.kopfload.de/doku.php?id=lager:mathe:differential:funkt_synthese)

5. Grades → $f(x)=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x^1+a_0$

punktsymmetrisch → $a_4=a_2=a_0=0$

Es müssen also nur noch drei weitere Bedingungen aufgestellt werden.

1. Bed.: Punkt T(-1|2) → $f(-1)=2$

2. Bed.: Tiefpunkt bei T(-1|2) → $f'(-1)=0$ (notw. Bedingung Extremum)

3. Bed.: Punkt P(2|-13,25) → $f(2)=-13,25$

Lösungsweg:

aus 1.: $f(-1)=a_5(-1)^5+a_3(-1)^3+a_1(-1)^1=2$
$\Leftrightarrow \quad -a_5-a_3-a_1=2$

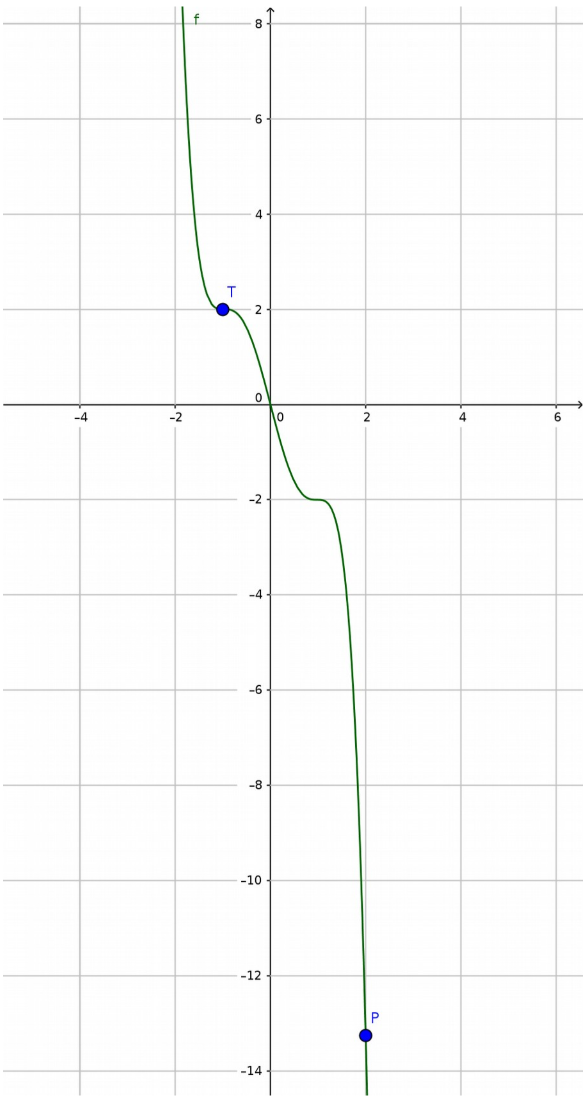
aus 2.: $f'(-1)=5a_5(-1)^4+3a_3(-1)^2+a_1=2$
$\Leftrightarrow \quad 5a_5+3a_3+a_1=0$

aus 3.: $f(2)=a_5(2)^5+a_3(2)^3+a_1(2)^1=-13,25$
$\Leftrightarrow \quad 32a_5+8a_3+2a_1=-13,25$

Lösung mit Gauss:

a5	a3	a1	RS	Faktor
-1,0	**-1,0**	**-1,0**	**2,0**	
5,0	**3,0**	**1,0**	**0,0**	5
32,0	**8,0**	**2,0**	**-13,3**	32
-1,0	**-1,0**	**-1,0**	**2,0**	
5,0	**3,0**	**1,0**	**0,0**	
-5,0	-5,0	-5,0	10	
32,0	**8,0**	**2,0**	**-13,3**	
-32,0	-32,0	-32,0	64,0	
-1,0	**-1,0**	**-1,0**	**2,0**	
0,0	**-2,0**	**-4,0**	**10,0**	-12
0,0	**-24,0**	**-30,0**	**50,8**	
0,0	*24,0*	*48,0*	*-120,0*	
-1,0	-1,0	-1,0	2,0	
0,0	-2,0	-4,0	10,0	
0,0	**0,0**	18,0	-69,3	

a1	-3,84722
a3	2,69444
a5	-0,84722



LGS mit Gauss: $a_5=-0{,}847\,;\ a_3=2{,}694\,;\ a_1=-3{,}847$

<u>Lösung</u>: $f(x)=-0{,}847\,x^5+2{,}694\,x^3-3{,}847\,x$

<u>Hinweis zur Lösung:</u>

Formal handelt es sich bei T (-1|2) um einen Sattelpunkt. Die hinreichende Bedingung $f''(x_E)\neq 0$ kann hier nicht herangezogen werden, da sich daraus keine Gleichung aufstellen lässt. Die Aufgabenstellung demnach etwas unpräzise gestellt.