

## Binomische Formeln

Hinweis zu den Herleitungen: Bei den Herleitungen wird jeweils schrittweise ausgeklammert und anschließend werden die gleichen Terme zusammengefasst.

### 1. Binomische Formel

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Herleitung:  $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = a^2 + 2 \cdot ab + b^2$

Erklärung: Zunächst wird die Potenz  $^2$  als Produkt der Klammer aufgelöst. Im Anschluss wird die erste Variable der vorderen Klammer mit allen Variablen der hinteren Klammer multipliziert und mit dem entsprechenden Vorzeichen (hier immer +) aufaddiert ( $a \cdot a + a \cdot b$ ). Das Gleiche wird mit der zweiten Variable der ersten Klammer und allen Variablen der hinteren Klammer getan ( $b \cdot a + b \cdot b$ ). Nun kann zusammengefasst ( $a \cdot b + b \cdot a = 2ab$ ) bzw. vereinfacht ( $a \cdot a = a^2$  bzw.  $b \cdot b = b^2$ ) werden.

### 2. Binomische Formel

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Herleitung:  $(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a \cdot a - a \cdot b - b \cdot a + b \cdot b = a^2 - 2 \cdot ab + b^2$

Erklärung: Die Vorgehensweise ist dieselbe wie bei der ersten Binomischen Formel. Allerdings ist auf das Vorzeichen der Variablen zu achten ( $- \cdot + = -$  bzw.  $- \cdot - = +$ )

### 3. Binomische Formel

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Herleitung:  $(a-b) \cdot (a+b) = a \cdot a + a \cdot b - b \cdot a - b \cdot b = a^2 - b^2$

Erklärung: Die Vorgehensweise ist dieselbe wie bei den ersten beiden Binomischen Formeln. Die beiden mittleren Terme heben sich gegenseitig auf, so dass die beiden quadratischen Terme übrig bleiben.

## Übungsaufgaben Binomische Formeln

Vereinfachen Sie die Ausdrücke, indem Sie die binomischen Formeln anwenden:

Aufgabe	Ergebnis
Aufgabe 1	
a) $a^2 - 25 =$	
b) $m^2 - 1 =$	
c) $1 - p^2 =$	
Aufgabe 2	
a) $9a^2 - 4b^2 =$	
b) $49p^2 - 64q^2 =$	
c) $u^2v^2 - 1 =$	
Aufgabe 3	
a) $a^2 - a^4 =$	
b) $-9b^4 + 4a^2 =$	
c) $x^4y^4 - z^4 =$	
Aufgabe 4	
a) $a^2 + 10a + 25 =$	
b) $y^2 - 2y + 1 =$	
Aufgabe 5	
a) $9 - 24b + 16b^2 =$	
b) $x^2 + 10x + 16 =$	
Aufgabe 6	
a) $4a^2 - 10ax + 9x^2 =$	
b) $120a^2b + 144a^2 + 25a^2b^2 =$	
Aufgabe 7	
a) $9a^4 - 12a^2 + 4 =$	
b) $3x^2 + 52x + 147 =$	
Aufgabe 8	
a) $a^2 + 8a + 15 =$	
b) $b^2 - 7b + 10 =$	
Aufgabe 9	
a) $q^2 - 8q - 9 =$	
b) $m^2 + 5mn - 24n^2 =$	
Aufgabe 10	
a) $14m^2 - 9mn + n^2 =$	
b) $2x^2z + 6xyz - 8y^2z =$	