Nullstellenbestimmung bei ganzrationalen Funktionen

Bereits von quadratischen Funktionen ist die Polynomschreibweise bekannt.

Polynomschreibweise

<m> f(x) = (x - x_{N1}) (x- x_{N2}) </m>

Beispiel:

<m> f(x) = (x - 1) (x- 3) (x-4) </m>

Ablesen der Nullstellen:

<m> x_{N1} = 1 </m>	<m> x_{N2} = 3 </m>	<m> x_{N3} = 4 </m>

Ziel bei der Nullstellenbestimmung ist es die ursprüngliche Funktion in ihre Polynome zu unterteilen, um so die Nullstellen ablesen zu können. Das heißt die obige Schreibweise ist das Ziel der Bemühungen.

Die obige Funktion kann nach Ausmultiplizieren auch wie folgt aufgeschrieben werden.

<m> f(x) = (x - 1) (x- 3) (x-4) = (x^2 -4x +3) (x-4) = x^3 - 4 x^2 - 4x^2 + 16 x + 3 x -12 = x^3 -8 x^2 + 19 x -12 </m>

Sofern eine Nullstelle bekannt ist, kann mittels **Horner-Schema** oder **Polynomdivision** diese Nullstelle abgespalten werden. Das heißt man berechnet so zu sagen die Umkehrung des Ausmultiplzierens. Wie man an der obigen Rechnung sehen kann enthält der Ausdruck <m> x^2 - 4 x + 3 </m> die beiden Nullstellen <m> x= 1 </m> und <m> x = 3 </m>.

Hierhin liegt allerdings auch die Problematik. Wie ermittelt man die erste Nullstelle. Im allgemeinen werden hierzu numerische Näherungsverfahren[1)] genutzt. Im weiteren wird allerdings die folgende Konvention getroffen:

Nullstellenkonvention In allen gegebenen ganzrationalen Funktionen werden hinreichend viele ganzzahlige Nullstellen zwischen -5 und +5 liegen. Dies bedeutet, dass durch Probe diese Nullstellen zu ermitteln sind. Alternativ kann hierzu ebenfalls das **Horner-Schema** verwendet werden.

1)
z.B. Newton'sches Näherungsverfahren