

# Extremwertaufgaben

## Beispiel Dosenoptimierung

Es soll Suppe mit dem Volumen  $V = 800 \text{ ml}$  in einer Dose verpackt werden. Dabei soll der Blechverbrauch minimal werden. Bestimmen Sie das optimale Verhältnis zwischen Höhe  $h$  und Radius  $r$  der Dose.

### 1. Skizze erstellen

[skizze\\_dose.pdf](#)

### 2. Aufstellen der Hauptbedingung/Zielfunktion

Welche Größe soll hier „optimiert“ werden? Die Oberfläche! Demnach ergibt sich die Hauptbedingung zu:  $A=2\pi r^2 + 2\pi rh$

### 3. Aufstellen der Nebenbedingung/Randbedingung

Welche weiteren Informationen enthält die Aufgabenstellung, um Unbekannte zu eliminieren? Das Volumen der Dose soll  $800 \text{ ml}$  betragen!

$\Rightarrow$  Nebenbedingung:  $V=0,8\pi r^2 h = 800 \text{ ml}$

$\Rightarrow$   $h=\frac{800}{0,8\pi r^2} = \frac{1000}{\pi r^2}$

### 4. Hauptfunktion/Zielfunktion mittels Nebenbedingung/Randbedingung vereinfachen

Einsetzen der Nebenbedingung in die Hauptbedingung führt zu:

$$A=2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{1000}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{2000}{r} = 2\pi r^2 + 1600\pi r^{-1}$$

### 5. Extremum (Optimum) ermitteln

Notwendige Bedingung:  $A'(r)=0$

$$A'(r)=4\pi r - \frac{1600\pi}{r^2}=0 \Rightarrow 4\pi r = \frac{1600\pi}{r^2} \Rightarrow r^3 = 400 \Rightarrow r = \sqrt[3]{400} \approx 7,36 \text{ cm}$$

Hinreichende Bedingung:  $A''(r) > 0$

$A'(r) = 4 \sim \pi \sim r - 1,6 \cdot r^{-2} \Rightarrow A''(r) = 4 \sim \pi + 2 \cdot 1,6 \cdot r^{-3} = 4 \sim \pi + 2 \frac{1,6}{r^3}$

$\Rightarrow A''(0,5) = 4 \sim \pi + 2 \frac{1,6}{0,5^3} \approx 38,2 > 0 \Rightarrow$  Es handelt sich um ein Minimum  $\checkmark$

## 6. Lösung ermitteln

Durch einsetzen von  $r$  in die Nebenbedingung kann nun noch  $h$  bestimmt werden:

$$h(r) = \frac{0,8}{\pi r^2} \Rightarrow h(0,5) = \frac{0,8}{\pi \cdot 0,5^2} \approx 1,02 \text{ dm}$$

**Antwort:** Bei einem Radius von  $r = 0,5 \text{ dm} = 5 \text{ cm}$  und einer Höhe von  $h = 1,02 \text{ dm} = 10,2 \text{ cm}$  resultiert für eine Dose mit einem Volumen von 800 ml der minimale Materialverbrauch.

## Kostenoptimierung

Die Gewinne eines Unternehmens sollen optimiert werden. Bei einer entsprechenden Analyse konnten die Kosten  $K$  als Funktion

$$K(x) = 0,04x^3 - 0,64x^2 + 3,6x + 2$$

Das Unternehmen stellt große Mengen her, daher stellt  $x$  die Menge in 10.000 Stück dar und die Kosten  $K$  sind in 10.000 € dargestellt.

Der Erlös<sup>1)</sup> kann in Abhängigkeit der verkauften Waren  $x$  als Erlösfunktion  $E(x)$  dargestellt werden:

$$E(x) = -0,16x^2 + 2,76x$$

- Wie viel Stück Ware sollten produziert werden, damit der Gewinn maximal wird?
- Wie groß ist der Gesamtgewinn?
- Wie groß ist der Erlös pro Stück?

## Aufgaben zu Extremwertaufgaben aus dem Buch

Die folgenden Aufgaben sind nach Themen sortiert und können im Buch „Mathematik Technik Fachhochschulreife“ Cornelsen Verlag 1. Auflage, **1. Druck 2014** gefunden werden.

Thema	Seite	Aufgabe	Lösung
Extremwertberechnung	186f	Erklärung	
Extremwertberechnung Vorgehensweise	189	Erklärung	

<b>Thema</b>	<b>Seite</b>	<b>Aufgabe</b>	<b>Lösung</b>
Aufgaben	190	A1, A2	siehe S. 423
Aufgabe	192	A1	In der Aufgabenstellung muss es <b>gleichschenkliges</b> Dreieck heißen! $a=5\text{~m}; b=5\text{~m}; d=7,07\text{~m}$
Aufgabe	192	A2	$g=40\text{~m}; a=40\text{~m}; h=34,64\text{~m}$
Aufgabe	192	A3	$a=10,95\text{~m}; b=10,95\text{~m}$
Aufgabe	192	A4	$r=0,7\text{~m}; h=0,7\text{~m}$
Aufgabe	192	A5	$x=4\text{~m}; A_{\max}=8\text{~m}^2$
Aufgabe	192	A6	$x \approx 3,3\text{~m}; k(3,3) \approx 103941,13\text{~m}^2$
Aufgabe	193	A12	a) $C(4 \frac{8}{3})$ ; b) $l_1=4\text{~m}; l_2=\frac{8}{3}\text{~m}$
Aufgabe	193	A13	a) $u=1,5\text{~m}; v=2,53125\text{~m}$ ; b) $A_{\max} \approx 3,8\text{~m}^2$ c) max: $u \approx 1,15\text{~m} \sim v \approx 2,99\text{~m}$ min: $u \approx 2,38\text{~m} \sim v=0\text{~m}$ d) $U_{\max}=8,29\text{~m}^2; U_{\min}=4,76\text{~m}^2$

/\* | Aufgaben | 192ff | A5 A6 A12 A13 u.a. | \*

Für „Mathematik Technik Fachhochschulreife“ Cornelsen Verlag 1. Auflage, **2. Druck 2015** gilt:

<b>Thema</b>	<b>Seite</b>	<b>Aufgabe</b>	<b>Lösung</b>
Extremwertberechnung		Erklärung	
Extremwertberechnung Vorgehensweise		Erklärung	
Aufgaben		A1, A2	siehe S.
Aufgabe		A1	$a=5\text{~m}; b=5\text{~m}; d=7,07\text{~m}$
Aufgabe		A2	$g=40\text{~m}; a=40\text{~m}; h=34,64\text{~m}$
Aufgabe		A3	$a=10,95\text{~m}; b=10,95\text{~m}$
Aufgabe		A4	$r=0,7\text{~m}; h=0,7\text{~m}$
Aufgabe		A5	$x=4\text{~m}; A_{\max}=8\text{~m}^2$
Aufgabe		A6	$x \approx 3,3\text{~m}; k(3,3) \approx 103941,13\text{~m}^2$
Aufgabe		A12	a) $C(4 \frac{8}{3})$ ; b) $l_1=4\text{~m}; l_2=\frac{8}{3}\text{~m}$
Aufgabe		A13	a) $u=1,5\text{~m}; v=2,53125\text{~m}$ ; b) $A_{\max} \approx 3,8\text{~m}^2$ c) max: $u \approx 1,15\text{~m} \sim v \approx 2,99\text{~m}$ min: $u \approx 2,38\text{~m} \sim v=0\text{~m}$ d) $U_{\max}=8,29\text{~m}^2; U_{\min}=4,76\text{~m}^2$

/\* | Aufgaben | 192ff | A5 A6 A12 A13 u.a. | \*

## Weitere Extremwertaufgaben

Weitere Aufgaben Pfeffer 7. Auflage S. 226!

1)

Umsatz oder auch Einnahmen; NICHT Gewinn

From:

<https://www.kopfload.de/> - **kopfload** - Lad Dein Hirn auf!



Permanent link:

<https://www.kopfload.de/doku.php?id=lager:mathe:extremw:aufgaben&rev=1584550356>

Last update: **2025/11/19 16:13**