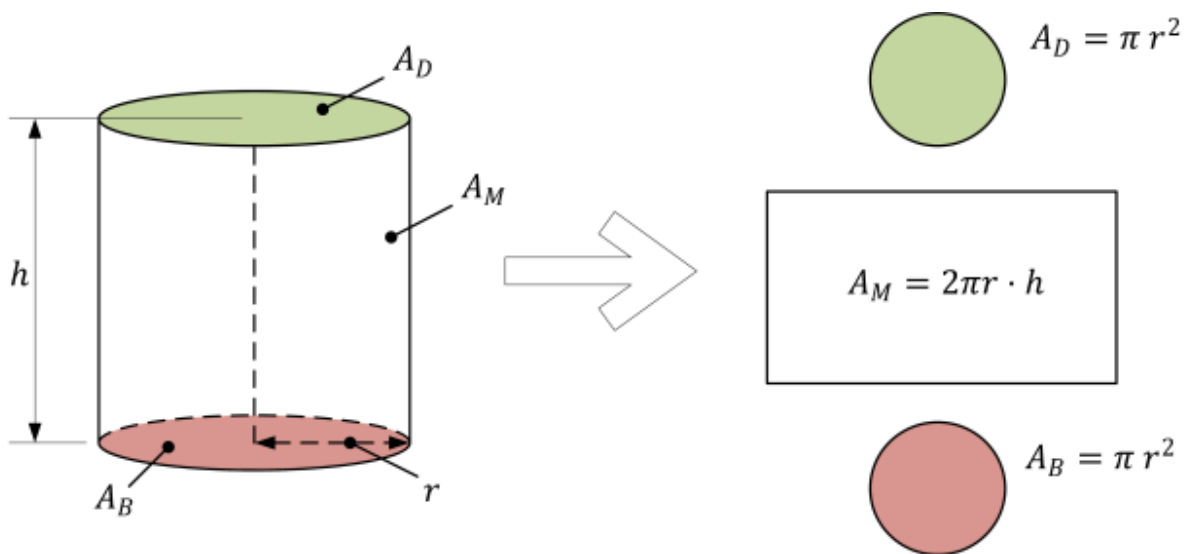


# Extremwertaufgaben

## Beispiel Dosenoptimierung

Es soll Suppe mit dem Volumen  $V = 800 \text{ ml}$  in einer Dose verpackt werden. Dabei soll der Blechverbrauch minimal werden. Bestimmen Sie das optimale Verhältnis zwischen Höhe  $h$  und Radius  $r$  der Dose.

### 1. Skizze erstellen



### 2. Aufstellen der Hauptbedingung/Zielfunktion

Welche Größe soll hier „optimiert“ werden? Die Oberfläche! Demnach ergibt sich die Hauptbedingung zu:  $A = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

### 3. Aufstellen der Nebenbedingung/Randbedingung

Welche weiteren Informationen enthält die Aufgabenstellung, um Unbekannte zu eliminieren? Das Volumen der Dose soll 800 ml betragen!

$\Rightarrow$  Nebenbedingung:  $V = 0,8 \text{ l} = 0,8 \text{ dm}^3 = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$\Rightarrow h = \frac{0,8 \text{ dm}^3}{\pi \cdot r^2}$

### 4. Hauptfunktion/Zielfunktion mittels Nebenbedingung/Randbedingung vereinfachen

Einsetzen der Nebenbedingung in die Hauptbedingung führt zu:

$$A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{0,8}{r^2} = 2\pi r^2 + \frac{1,6}{r}$$

## 5. Extremum (Optimum) ermitteln

Notwendige Bedingung:  $A'(r) = 0$

$$A'(r) = 4\pi - \frac{1,6}{r^2} = 0 \Rightarrow 4\pi = \frac{1,6}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{1,6}{4\pi} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1,6}{4\pi}} \approx 0,5 \text{ dm}$$

Hinreichende Bedingung:  $A''(r) \neq 0$

$$A'(r) = 4\pi - \frac{1,6}{r^2} \Rightarrow A''(r) = \frac{3,2}{r^3} = 4\pi + \frac{3,2}{r^3}$$

$\Rightarrow A''(0,5) = 4\pi + \frac{3,2}{0,5^3} \approx 38,2 > 0 \Rightarrow$  Es handelt sich um ein Minimum ✓

## 6. Lösung ermitteln

Durch einsetzen von  $r$  in die Nebenbedingung kann nun noch  $h$  bestimmt werden:

$$h(r) = \frac{0,8}{r^2} \Rightarrow h(0,5) = \frac{0,8}{0,5^2} \approx 1,02 \text{ dm}$$

**Antwort:** Bei einem Radius von  $r = 0,5 \text{ dm} = 5 \text{ cm}$  und einer Höhe von  $h = 1,02 \text{ dm} = 10,2 \text{ cm}$  resultiert für eine Dose mit einem Volumen von 800 ml der minimale Materialverbrauch.

## Kostenoptimierung

Die Gewinnes eines Unternehmens sollen optimiert werden. Bei einer entsprechenden Analyse konnten die Kosten  $K$  als Funktion

$$K(x) = 0,04 x^3 - 0,64 x^2 + 3,6 x + 2$$

Das Unternehmen stellt große Mengen her, daher stellt  $x$  die Menge in 10.000 Stück dar und die Kosten  $K$  sind in 10.000 € dargestellt.

Der Erlös<sup>1)</sup> kann in Abhängigkeit der verkauften Waren  $x$  als Erlösfunktion  $E(x)$  dargestellt werden:

$$E(x) = -0,16 x^2 + 2,76 x$$

a) Wie viel Stück Ware sollten produziert werden, damit der Gewinn maximal wird?

b) Wie groß ist der Gesamtgewinn?

c) Wie groß ist der Erlös pro Stück?

# Aufgaben zu Extremwertaufgaben aus dem Buch

Die folgenden Aufgaben sind nach Themen sortiert und können im Buch „Mathematik Technik Fachhochschulreife“ Cornelsen Verlag 1. Auflage, **1. Druck 2014** gefunden werden.

Thema	Seite	Aufgabe	Lösung
Extremwertberechnung	186f	Erklärung	
Extremwertberechnung Vorgehensweise	189	Erklärung	
Aufgaben	190	A1, A2	siehe S. 423
Aufgabe	192	A1	$a=5$ ; $b=5$ ; $d=7,07$
Aufgabe	192	A2	In der Aufgabenstellung muss es gleichschenkliges Dreieck heißen! $g=40$ ; $a=40$ ; $h=34,64$
Aufgabe	192	A3	$a=10,95$ ; $b=10,95$
Aufgabe	192	A4	$r=0,7$ ; $h=0,7$
Aufgabe	192	A5	$x=4$ ; $A_{\max}=8m^2$
Aufgabe	192	A6	$x \approx 3,3$ ; $k(3,3) \approx 103941,13$
Aufgabe	193	A12	a) $C(4 \frac{8}{3})$ ; b) $l_1=4$ $\text{LE}$ , $l_2=\frac{8}{3}$ $\text{LE}$
Aufgabe	193	A13	a) $u=1,5$ ; $v=2,53125$ ; b) $A_{\max} \approx 3,8$ $\text{FE}$ \$; ...
		A13	c) max: $u \approx 1,15$ $\text{LE}$ ; $v \approx 2,99$ \$; min: $u \approx 2,38$ $\text{LE}$ ; $v=0$ \$; ...
		A13	d) $U_{\max}=8,29$ $\text{LE}$ ; $U_{\min}=4,76$ $\text{LE}$

/\* | Aufgaben | 192ff | A5 A6 A12 A13 u.a. | \*

Für „Mathematik Technik Fachhochschulreife“ Cornelsen Verlag 1. Auflage, **2. Druck 2015** gilt:

Thema	Seite	Aufgabe	Lösung
Extremwertberechnung		Erklärung	
Extremwertberechnung Vorgehensweise		Erklärung	
Aufgaben		A1, A2	siehe S.
Aufgabe		A1	$a=5$ ; $b=5$ ; $d=7,07$
Aufgabe		A2	$g=40$ ; $a=40$ ; $h=34,64$
Aufgabe		A3	$a=10,95$ ; $b=10,95$
Aufgabe		A4	$r=0,7$ ; $h=0,7$
Aufgabe		A5	$x=4$ ; $A_{\max}=8m^2$
Aufgabe		A6	$x \approx 3,3$ ; $k(3,3) \approx 103941,13$
Aufgabe		A12	a) $C(4 \frac{8}{3})$ ; b) $l_1=4$ $\text{LE}$ , $l_2=\frac{8}{3}$ $\text{LE}$
Aufgabe		A13	a) $u=1,5$ ; $v=2,53125$ ; b) $A_{\max} \approx 3,8$ $\text{FE}$ \$; ...

Thema	Seite	Aufgabe	Lösung
		A13	c) max: $\approx 1,15 \sim \text{\&} \sim v \approx 2,99 \$$ \$;\$ min: $\approx 2,38 \sim \text{\&} \sim v=0 \$$ ; ...
		A13	d) $U_{\max}=8,29 \sim \text{\&} \text{LE}$ ; $U_{\min}=4,76 \sim \text{\&} \text{LE}$ \$

/\* | Aufgaben | 192ff | A5 A6 A12 A13 u.a. | \*

## Weitere Extremwertaufgaben

Weitere Aufgaben Pfeffer 7. Auflage S. 226!

1)

Umsatz oder auch Einnahmen; NICHT Gewinn

From:  
<https://www.kopfload.de/> - **kopfload** - Lad Dein Hirn auf!

Permanent link:  
<https://www.kopfload.de/doku.php?id=lager:mathe:extremw:aufgaben&rev=1584550680>

Last update: **2025/11/19 16:13**

