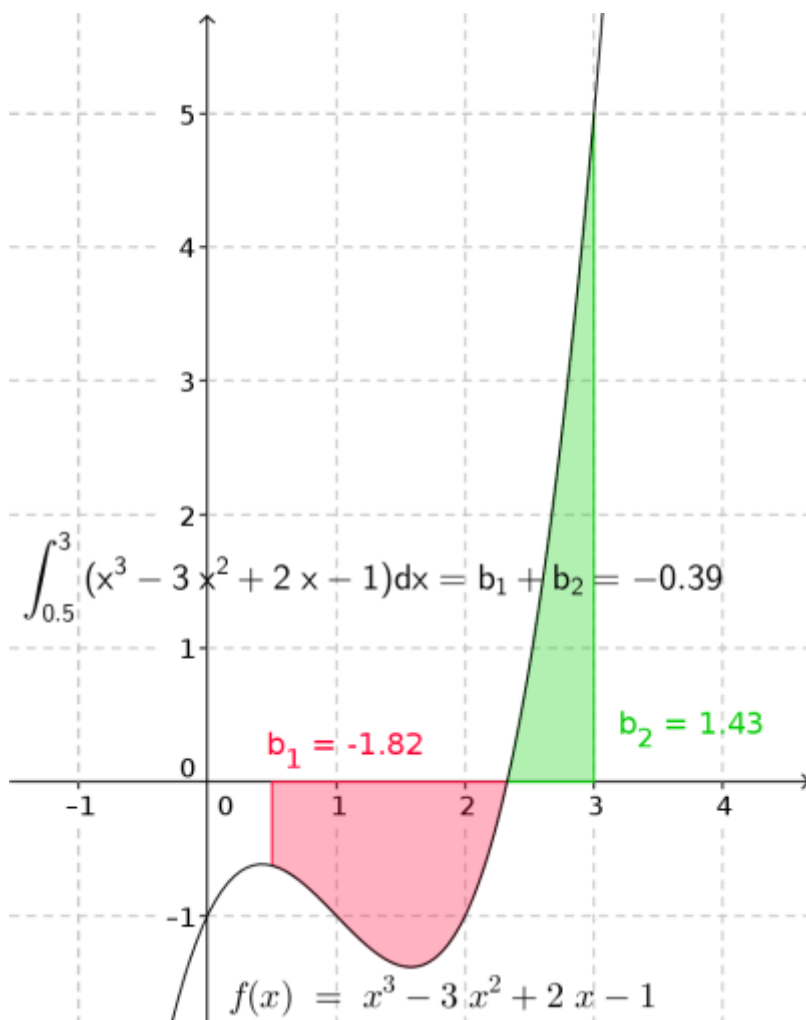


Bestimmtes Integral

Ein bestimmtes Integral ermittelt aus dem beiden Teilflächen, die von einer Funktion $f(x)$ und der x-Achse eingeschlossen werden, den Flächeninhalt zwischen zwei Grenzen a und b .

Skizze:



Die Funktion lautet $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$ und die Integralgrenzen wurde zu $a=0,5$ und $b=3$ festgelegt.

Die linke (rote) Fläche liegt unterhalb der x-Achse und liefert daher einen negativen Flächenbeitrag. Die rechte (grüne) Fläche liefert liegt oberhalb der x-Achse und liefert daher einen positiven Flächenbeitrag. Zusammen ergibt sich ein negativer Wert, da die rote Fläche größer ist als die grüne.

Man kann dies auch mit einer „Gewinn/Verlust“-Rechnung als Analogie gleichsetzen. Dabei wäre die rote Fläche der Verlust und die grüne Fläche der Gewinn. Das Integral liefert als den Gesamtverlust/-gewinn. Hier: Gesamtverlust in Höhe von -0,39 FE. Die innerhalb des Integrals liegende Nullstelle spielt bei der Berechnung keine Rolle.

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$$

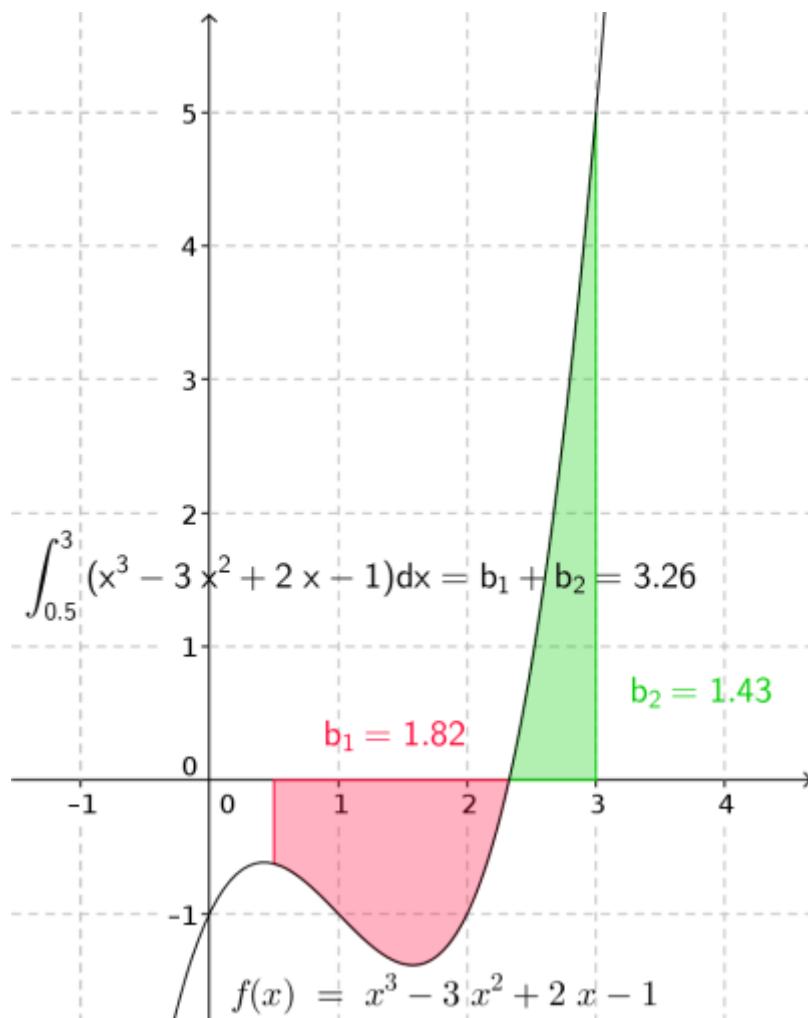
$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x^2 - x + C$$

$$\int_{0,5}^3 f(x) \cdot dx = [F(x)]_{0,5}^3 = F(3) - F(0,5) = -0,75 - (-0,36) = -0,39$$

$$\text{Vgl.: } b_1 + b_2 = -1,82 + 1,43 = -0,39$$

Flächenberechnung mittels Integral

Wird im gleichen Beispiel nach der eingeschlossenen Fläche zwischen $f(x)$ und der x -Achse gefragt, so ist nach den absoluten (positiven) Flächen gefragt. In diesem Fall müssen die einzelnen Flächen (hier: b_1 und b_2) als positive Werte ermittelt und aufaddiert werden.



Die Rechnung dazu sieht ähnlich aus. Hinweis: Die Nullstelle wurde mittels Geogebra ermittelt. Hier kommen die bekannten Verfahren zum Einsatz (Probe, Horner-Schema, Polynom-Division, pq-Formel)

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 1$$

$$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + x^2 - x + C$$

ermittelte Nullstelle: $x_N = 2,32$

$$\begin{aligned} [A] &= \left| \int_{0,5}^3 f(x) \cdot dx \right| = \left| [F(x)] \Big|_{0,5}^3 \right| = \left| [F(x)] \Big|_{0,5}^{2,32} + [F(x)] \Big|_{2,32}^3 \right| \\ &= \left| F(2,32) - F(0,5) \right| + \left| F(3) - F(2,32) \right| \\ &= \left| -2,18 - (-0,36) \right| + \left| -0,75 + (-2,18) \right| \approx 3,26 \\ \text{Vgl.: } b_1 + b_2 &= 1,82 + 1,43 \approx 3,26 \end{aligned}$$

From:

<https://www.kopfload.de/> - kopfload - Lad Dein Hirn auf!

Permanent link:

https://www.kopfload.de/doku.php?id=lager:mathe:integral:flaechen_berech&rev=1427391124

Last update: 2025/11/19 16:13

