

Integralrechnung

Unbestimmtes Integral

Gegeben ist eine Funktion: $f(x)$

Gesucht ist: $F(x)$ (Stammfunktion; reine Integration keine Grenzen) $\int f(x) \cdot dx = F(x) + C$

Bestimmtes Integral

Gegeben ist eine Funktion: $f(x)$

Gesucht ist: Integral im Intervall $[a, b]$

Flächen werden miteinander verrechnet $\int_a^b f(x) \cdot dx = F(b) - F(a)$ (vgl. Gewinn-Verlust-Rechnung in einem Zeitabschnitt)

Bestimmung der Stammfunktion durch Punkt

Geg.: $f(x)$ und ein Punkt P Ges.: $F(x)$ mit eindeutigem C Bestimmen Sie die Stammfunktion $F(x)$, die durch den Punkt P verläuft. 1. Allgemeine Stammfunktion ermitteln (mit C). 2. Einsetzen der Punkt Koordinaten, wenn

Flächenberechnung (allgemein)

Gegeben ist eine Funktion: $f(x)$

Gesucht ist: $[A]_a^b = \left| \int_a^b f(x) \cdot dx \right|$

1. Ermitteln der Nullstellen, um die Teilflächen zu ermitteln. Nullstellen: x_{N1}, x_{N2}, \dots
2. Überprüfen, welche Nullstellen in das Integrationsintervall fallen. z.B.: x_{N2} und x_{N3} fallen in das Integrationsintervall
3. Gesamtes Integral entsprechend der unter 2. ermittelten Nullstellen in Teilflächen unterteilen.
4. Stammfunktion ermitteln.
5. Integral über Stammfunktion (mit Beträgen) berechnen. $[A]_a^b = \left| \int_a^b f(x) \cdot dx \right| = \left| \int_a^{x_{N2}} f(x) \cdot dx \right| + \left| \int_{x_{N2}}^{x_{N3}} f(x) \cdot dx \right| + \left| \int_{x_{N3}}^b f(x) \cdot dx \right| = \left| F(x_{N2}) - F(a) \right| + \left| F(x_{N3}) - F(x_{N2}) \right| + \left| F(b) - F(x_{N3}) \right|$

Flächenberechnung zwischen zwei Funktionen

Gegeben ist eine Funktion: $f(x)$

Gesucht ist: $\int_a^b f(x) dx$

1. Differenzfunktion $h(x)$ bilden.
2. Nullstellen der Differenzfunktion $h(x)$ ermitteln (diese entsprechen den Schnittstellen von $f(x)$ und $g(x)$).
3. Fläche, die von der Differenzfunktion $h(x)$ eingeschlossen wird (von Nullstelle zu Nullstelle), berechnen.

Integralrechnung - Berechnung einer unbekanntes Grenze

Gegeben ist eine Funktion: $f(x)$, a und A

Gesucht ist: b $\int_a^b f(x) dx = A$

Bestimmen Sie die Grenze b so, dass die von der Funktion eingeschlossene Fläche A einem gegebenen Flächenwert entspricht!

1. Integral ggf. aufteilen, wenn Nullstellen vorhanden sind.
2. Gleichsetzen mit gegebener Fläche $|F(b) - F(a)| = A$, da $F(a)$ ein Zahlenwert ist (a ist gegeben), kann nach b aufgelöst werden.
3. Bei mehreren Lösungen für b (z.B. bei $b^2 = A - a^2$) muss noch eine Plausibilitätsprüfung durchgeführt werden, welcher der Zahlenwerte die gesuchte Lösung darstellt.

Aufgabensammlung

Stammfunktion bzw. unbestimmtes Integral

Bestimmen Sie die Stammfunktion / das unbestimmte Integral zu den gegebenen Funktionen:

a) $f_1(x) = \sqrt{3x^2} - \frac{1}{2}x^2$	b) $f_2(x) = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{3}x^4 - 3x + 7$
c) $f_3(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1$	d) $f_4(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{x^2} - 3$

Bestimmtes Integral

Bestimmen Sie das bestimmte Integral zwischen -1 und 3 der folgenden Funktionen:

a) $f_1(x) = -0.5x^3 + 2x^2 - 4$	b) $f_2(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$
c) $\int_{-1}^2 (x^2 - 3x) dx$	d) $\int_{-2}^4 (-\frac{1}{4}x^3 - 2x^2) dx$

Flächenberechnung (allgemein)

Bestimmen Sie die Fläche A , die von der x -Achse und dem Graphen der Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 1$ eingeschlossen wird.

Integrationskonstante C

Geben Sie die Stammfunktionen der folgenden Funktionen an, sodass die Graphen der Stammfunktionen jeweils durch den Punkt $P(1 | 0)$ verlaufen.

a) $f_1(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{7}x^2 + x - 1$	b) $f_2(x) = \frac{2}{5}x^5 - \frac{3}{2}x^4 + 2x - 3$
---	--

Schnittfläche

Bestimmen Sie die Schnittpunkte der folgenden Funktionen und ermitteln Sie die durch die Graphen der beiden Funktionen begrenzte Fläche A .

$f(x) = -x^3 + 3$	$g(x) = -4x^3 + 4x + 2$
-------------------	-------------------------

(**HINWEIS:** Häufig wird hier noch eine Skizze verlangt, nachdem die notwendigen Punkte ermittelt wurden. Bei diesen beiden Funktionen ist dies nicht möglich, da die Nullstellen von $f(x)$ und $g(x)$ nicht ganzzahlig sind.)

From:

<https://www.kopfload.de/> - kopfload - Lad Dein Hirn auf!

Permanent link:

https://www.kopfload.de/doku.php?id=lager:mathe:integral:gem_integral_aufg&rev=1457967738

Last update: 2025/11/19 16:13

