

**Herleitung der allgemeinen pq-Formel mittels quadratischer Ergänzung:**Allgemeine quadratische Funktion:  $f(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ Ansatz für Nullstellensuche:  $f(x_N) = 0$ Der Funktionswert von  $f(x)$  muss an der gesuchten Stelle  $x_N$  gleich Null sein.

$$f(x_N) = 0$$

$$\Leftrightarrow a_2 \cdot x_N^2 + a_1 \cdot x_N + a_0 = 0 \quad | : a_2$$

$$\Leftrightarrow x_N^2 - 2 \cdot \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \cdot x_N + \frac{a_0}{a_2} = 0 \quad | - \frac{a_0}{a_2}$$

$$\Leftrightarrow x_N^2 - 2 \cdot \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \cdot x_N = -\frac{a_0}{a_2} \quad | \text{quadratisch ergänzen um } \pm b^2 = \pm \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left( x_N^2 - 2 \cdot \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \cdot x_N + \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 \right) - \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 = -\frac{a_0}{a_2}$$

$$\Leftrightarrow \left( x_N^2 - 2 \cdot \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \cdot x_N + \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 \right) - \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 = -\frac{a_0}{a_2} \quad | + \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow x_N^2 - 2 \cdot \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \cdot x_N + \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 = \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 - \frac{a_0}{a_2} \quad | \text{2. Binom auf linke Seite anwenden}$$

$$\Leftrightarrow \left( x_N - \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 = \left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 - \frac{a_0}{a_2} \quad | \pm \sqrt{\quad}$$

$$\Leftrightarrow x_N - \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} = \pm \sqrt{\left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 - \frac{a_0}{a_2}} \quad | + \frac{a_1}{-2 \cdot a_2}$$

$$\Leftrightarrow x_{N1,2} = -\frac{a_1}{2 \cdot a_2} \pm \sqrt{\left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 - \frac{a_0}{a_2}}$$

Die allgemeine pq-Formel lautet demnach:

$$x_{N1,2} = -\frac{a_1}{2 \cdot a_2} \pm \sqrt{\left( \frac{a_1}{-2 \cdot a_2} \right)^2 - \frac{a_0}{a_2}} \quad (\text{Formelsammlung})$$

mit  $p = \frac{a_1}{a_2}$  und  $q = \frac{a_0}{a_2}$  wenn die Funktion wie folgt aussieht:  $f(x) = a_2 \cdot x^2 + a_1 \cdot x + a_0$ Beispiel:  $f(x) = -3x^2 - 2x + 7$  also  $a_2 = -3$ ,  $a_1 = -2$  und  $a_0 = 7$ 

$$x_{N1,2} = -\frac{(-2)}{2 \cdot (-3)} \pm \sqrt{\left( \frac{-2}{-2 \cdot (-3)} \right)^2 - \frac{7}{(-3)}} \quad (\text{Korrigiert am 1.12.14})$$

$$x_{N1} = -1,897 \quad \text{und} \quad x_{N2} = 1,23$$