

Prozentrechnung

Als Prozent¹ wird in der Mathematik ein Teil pro Hundert betrachtet also ein Hundertstel. Dh. ein Prozent (1%) einer Größe G ist der hundertste Teil dieser Größe G. Es werden folgende Begriffe verwendet:

G: Grundwert also die Gesamtheit einer Größe.

p: Prozentsatz (p %) also p Hundertstel einer Größe G.

P: Prozentwert ist der Teil des Grundwertes also $P = p \cdot \frac{G}{100}$

Allgemein gilt: $\frac{P}{G} = \frac{p}{100}$

In Worten: **Der Prozentwert P verhält sich zum Grundwert G wie der Prozentsatz p zu 100.**

Berechnung des Prozentsatzes

Gegeben sind der Prozentwert P und der Grundwert G. Gesucht ist der **Prozentsatz p**.

Es gilt: $p = \frac{P}{G} \cdot 100$

Beispiel: Wie viel Prozent von 1250 sind 148?

Ansatz: $p = \frac{148}{1250} \cdot 100 = 11,84$

Ergebnis: 148 von 1250 sind **11,84 %**.

Berechnung des Prozentwertes

Gegeben sind der Prozentsatz p und der Grundwert G. Gesucht ist der **Prozentwert P**.

Es gilt: $P = \frac{p}{100} \cdot G$

Beispiel: Wie viel sind 4 % von 7.248€?

Ansatz: $P = \frac{4}{100} \cdot 7.248 \text{€} = 289,92 \text{€}$

Ergebnis: 4 % von 7.248€ sind **289,92€**.

Berechnung des Grundwertes

Gegeben sind der Prozentsatz p und der Prozentwert P. Gesucht ist der **Grundwert G**.

Es gilt: $G = P : \frac{p}{100} = P \cdot \frac{100}{p}$

Beispiel: Wie viele Auszubildende gab es insgesamt im Wettbewerb, wenn 20.550 Auszubildende 31% der gesamten Auszubildenden sind?

Ansatz: $G = 20.550 \cdot \frac{100}{31} = 66290$

Ergebnis: Die gesamte Anzahl an Auszubildenden beträgt 66.290, wenn 20.550 einem Prozentsatz von 31% entspricht.

¹ Herkunft: lat. **pro centum** von hundert

Bezugspunkt herstellen

Häufig muss aus der Aufgabenstellung zu nächst ermittelt werden, ob es sich um den Grundwert (100%) oder den Prozentwert (Anteil von...) handelt.

Beispiel: Ein Händler verkauft eine Kommode für 315 €. Wegen gestiegener Kosten muss er zunächst den Preis um 10% erhöhen. Eine Woche später geht die Nachfrage rapide zurück und er sieht sich gezwungen die Kommode nun 10% günstiger anzubieten.

Spontan würde man vermuten, dass die Kommode nun wieder genauso viel kostet wie zu Beginn. Dem ist aber nicht so, da die Prozente auf jeweils unterschiedliche Grundwerte angewendet werden.

	Euro	Prozent	Prozent
(Anfangs-)Preis + Erhöhung	315,00 +31,50	100% +10%	
Neuer Preis - Senkung	346,50 - 34,65	110% (vom Anfangswert)	100% -10%
Endpreis	311,85		90%

Tabelle 1: Beispiel: Bezugspunkt herstellen

Mehrwertsteuer

2006 wurde von der großen Koalition die Mehrwertsteuer von damals 16% auf 19% angehoben.

Frage. Um wie viel Prozent wurde die Mehrwertsteuer angehoben?

Spontane Antwort: Um 19% -16% = 3% also um 3% → Falsch.

Richtig: Eine Anhebung um 3%-Punkte bedeutet auf den Wert von ursprünglich 16% eine Anhebung um $\frac{3}{16}$.

Es gilt also: $\frac{3}{16} \cdot 100 = 18,75\%$ Die Mehrwertsteuer wurde demnach um satt 18,75% erhöht. Das war die höchste Anhebung seit Einführung der Mehrwertsteuer im Jahr 1968.

Promillerechnung

So wie man bei der Prozentrechnung mit 100 des Grundwertes rechnet, kann man auch auf 1000tel einer Größe G rechnen. Man nennt diese Rechnung Promillerechnung². Die Formel lautet sehr ähnlich der der Prozentrechnung. Lediglich der Promillewert p wird anders definiert.

p: Prozentsatz ($p \text{‰}^3$) also p Tausendstel einer Größe G.

$$\text{Allgemein gilt: } \frac{P}{G} = \frac{p}{1000}$$

Beispiel: Bei einer Blutprobe, die zwei Stunden nach einem Unfall genommen wurde, wurden in 120g Blut 95mg Alkohol festgestellt. Welche Konzentration lag zum Zeitpunkt des Unfalls vor, wenn der Körper pro Stunde 0,12‰ abbaut?

$$\text{Zum Zeitpunkt der Blutentnahme: } p = \frac{95 \text{ mg}}{120 \text{ g}} \cdot 1000 \approx 0,79 \text{ ‰}$$

Hinzukommen noch 0,24‰, die in der Zwischenzeit abgebaut wurden. Damit hatte die Testperson eine Blutalkoholkonzentration von 1,03‰ zum Zeitpunkt des Unfalls und war somit nicht mehr fahrtüchtig.

2 Herkunft: lat. **pro mille** von tausend

3 Zu beachten: zwei 00 unterhalb des Teilers

Aufgaben

1. Wie viel Prozent von

a) 120 sind 30?	b) 6400 € sind 704 €?
c) 70 t sind 6,3 t?	d) 37,5 kg sind 1500 g?
e) 5kΩ sind 400Ω?	f) 3 A sind 72 mA?
g) 220 kV sind 176 V?	h) 580 m sind 6,50 m?
i) 930 hl sind 6000 l?	k) 495 °C sind 14,3 °C?
2. a) Aus einer Stichprobe von 29 Studenten einer Fachhochschule stammen 19 Studenten aus Beamtenfamilien und 6 aus Arbeiter- und Angestelltenfamilien. 4 der Studenten machten keine Angaben über ihre Herkunft. Wie ist die prozentuale Verteilung der Studenten?
 b) Zwei Kurzarbeiter erhalten für ihre Tätigkeit jeweils 688,— €. Als Lohnsteuer werden dem älteren, der verheiratet ist und zwei Kinder hat, 67,40 €, dem jüngeren, der ledig ist, 115,10 € abgezogen. Bestimme den Prozentsatz der Abzüge für beide Arbeiter!
 c) Wie viel Prozent Alkohol hat eine Mischung von 165 cm³ Alkohol und 782 cm³ Wasser?
 d) Wie viel Prozent Kristallwasser enthält kristalline Pottasche, wenn 39,120 g einen Glührückstand von 31,044 g ergeben?
 e) Eine Kohle enthält 9,75 % Feuchtigkeit. Wie groß ist der Aschegehalt der Kohle, bezogen auf die Trockensubstanz, wenn 53,4 mg feuchte Kohle einen Veraschungsrückstand von 2,95 mg ergeben?
 f) Bestimme die prozentuale Zusammensetzung der Masse des Kohlendioxids CO₂. Die relative Atommasse von C ist 12,01; von O ist sie 16.
 g) Welche Konzentration erhält man, wenn man 7 kg 60-prozentige und 33 kg 10-prozentige Salzsäure mischt?
3. Bestimme den Prozentwert:

a) 53% von 678 €	b) 122 % von 1 456 kg	c) 11,5% von 34 200 t
d) 41.4% von 6362 ha	e) 26.4% von 374 m	f) 17,75 % von 484 Stück
g) 8,7% von 912 €	h) 2,4 % von 57.2 hl	i) 0,3% von 156 MW
k) 181 % von 873 000		
4. Eine Prüfungsarbeit werde bei richtiger Lösung mit 60 Punkten bewertet. Die Noten werden nach folgender Skala festgelegt: (Jeweils bezogen auf die Gesamtpunktzahl)

Note 5	0 ...	39,9 %
Note 4	40 ...	54,9 %
Note 3	55 ...	74,9 %
Note 2	75 ...	93,9 %
Note 1	94 ...	100 %

 Berechnen Sie die zugehörigen sinnvoll (!) gerundete Punkteskala.
5. Die Gesamtfläche eines landwirtschaftlichen Betriebes beträgt 4 163 ha. Davon sind 47 % Ackerland, 28 % Wiesen und Weiden, 19 % Wald, der Rest Wege, Baugelände und Sumpf. Wie groß sind die einzelnen Anteile?
6. Vier Siemens-Martin-Öfen benötigen eine tägliche Erzmenge von 9 200 t, woraus 20 % Roheisen gewonnen wird. Wie groß wird die tägliche Produktionsleistung, wenn noch zwei weitere Öfen in Betrieb genommen werden?
7. Ermittle die Grundwerte zu den Prozentwerten:

a) 885 Stück	= 121%	b) 140,42 €	= 17%
c) 690 m	= 149%	d) 8 117,5 kg	= 324,7 %
e) 294,528 ha	= 38,4 %	f) 169,6 €	= 212%
g) 226,8 MW	= 189%	h) 75,69 g	= 87%
i) 183 642 Einwohner	= 254%	k) 58,11 hl	= 103,4%

Lösungen (unsortiert):

1. 11% 6,45% 2,4% 2,29% 4% 9% 8% 0,8‰ 1,12% 25%
2. 13,8% 65,5% 20,64% 20,69% 16,7% 9,8% 17,42%
3. 158013000 1776,32 359,34 98,736 85,91 79,344 1,37 0,468 3933 2633,87
4. 56,5 45 33 24
5. 790,97 1956,61 249,78 1165,64
6. 11040
7. 731,4 463,09 767 120 72300 56,2 87 80 2500 826