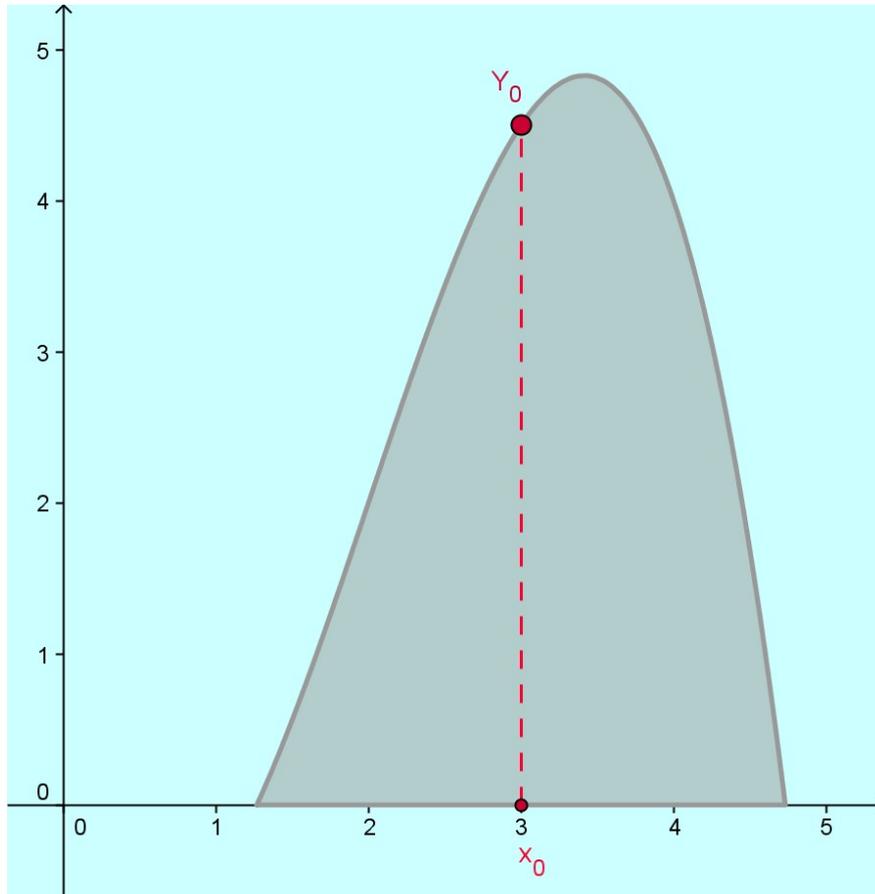


## Bergbesteigung

Ein Bergsteiger macht Rast. Er denkt über das nach, was er bereits hinter sich gelassen hat und wie hoch er noch muss. Dabei kommt ihm die Frage: „Wie steil mag der Berg wohl genau an dieser Stelle sein, an der ich gerade sitze?“

Der Berg kann durch die Funktion  $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 3x$  beschrieben werden.



### 1 Vorüberlegungen

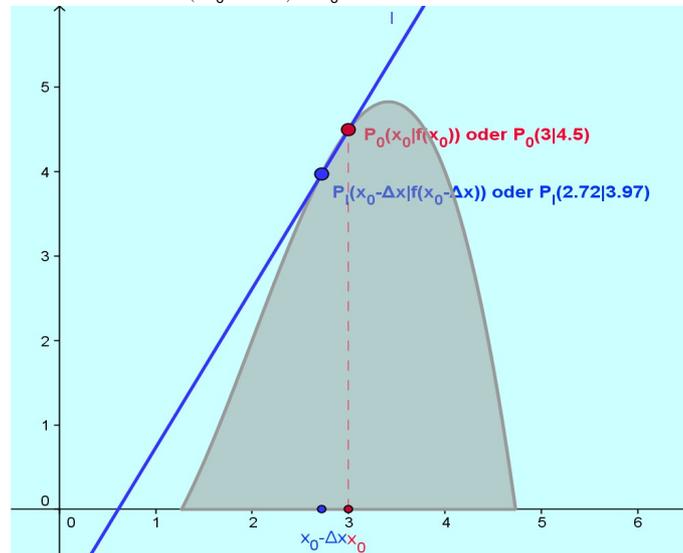
Äußern Sie sich zu Berechnungsmöglichkeiten, die Steigung im Punkt  $P(x_0; y_0)$  annähernd zu bestimmen.

Wie könnte man eine einfach zuberechnende Steigung in der Nähe von  $x_0$  erhalten?

**Steigung  $m_l$  auf der linken Seiten (  $x_0 - \Delta x$  )**

Die Steigung in einem Punkt links vom betrachteten Punkt  $x_0$  (hier:  $x_0=3$  ) kann wie folgt berechnet werden.

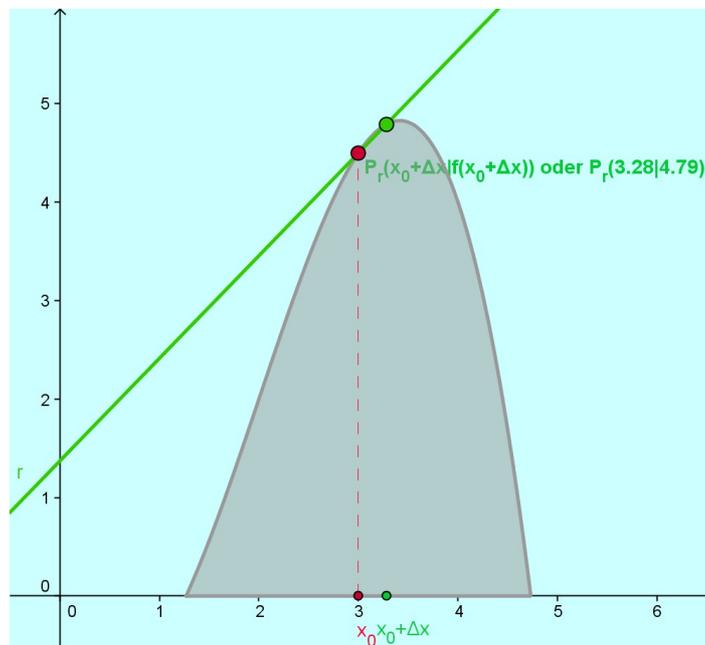
$$m_l = \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 - \Delta x) - x_0} = \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x}$$



**Steigung  $m_r$  auf der rechten Seiten (  $x_0 + \Delta x$  )**

Die Steigung in einem Punkt rechts vom betrachteten Punkt  $x_0$  (hier:  $x_0=3$  ) kann wie folgt berechnet werden.

$$m_r = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 + \Delta x) - x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



### 1 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die **erste Aufgabe** (s. Arbeitsblatt GeoGebra Einführung).

Verändern Sie die den Abstand  $\Delta x$  vom betrachteten Punkt  $x_0$ .

Notieren Sie die Steigungen  $m_l$  und  $m_r$  für die gegebenen Werte von  $n$  in die folgende Tabelle:

Hinweis:

Durch einen Klick auf den Schieberegler können Sie mit den Cursor-Tasten „ $\uparrow$ “ „ $\downarrow$ “ den Wert für  $\Delta x$  schrittweise verändern.

$\Delta x$	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05
Steigung $m_l$						
Steigung $m_r$						

a) Beschreiben Sie das Verhalten von  $m_l$  und  $m_r$  in Abhängigkeit von  $\Delta x$ .

---

---

---

b) Äußern Sie Ihre Einschätzung über die Entwicklung der beiden Werte für  $\Delta x \rightarrow 0$ .

---

---

---

## 2 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die **zweite Aufgabe** (s. Arbeitsblatt Geogebra Einführung). Der Wert für  $\Delta x=0.01$  soll nun nicht mehr variiert werden.

**a)** Verändern Sie mit dem Schieberegler  $x_0$  die betrachtete Stelle und notieren Sie die Werte der **Steigung**  $m_r$  in der folgenden Tabelle:

$x_0$	1,27	1,5	2	3	4	4,73
Steigung $m_r$						

**b)** Aktivieren Sie die „Spur ein“ am Punkte  $m_r$  (Rechtsklick auf den Punkt), um die durchlaufenden Funktionswerte anzeigen zu lassen.

**c)** Lässt sich ein Zusammenhang zwischen den Punkten erkennen? Wenn ja, versuchen Sie eine Funktionsgleichung zu formulieren (**TIP**: Scheitelpunktform)

---



---



---



---

**d)** Lassen Sie von GeoGebra durch die Eingabe:

die Funktion  $g(x)=-\frac{3}{2}x^2+6x-3$  zeichnen.

$g(x)=-1.5 x^2+6x-3$

Der Berg wird (s.o.) mit  $f(x)=-\frac{1}{2}x^3+3x^2-3x$  beschrieben.

Äußern Sie sich zum Zusammenhang zwischen den Funktionen  $f(x)$  und  $g(x)$ .

---



---



---



---

**e)** Im Folgenden Sie Beispiele für die Funktion  $f$  und die dazugehörige Steigungsfunktion  $f'$  angeben. Leiten Sie Regeln ab, um aus einer beliebigen Funktion  $f$  die Steigungsfunktion  $f'$  anzugeben.

$$f_1(x)=x^2+2 \quad \Rightarrow \quad f_1'(x)=2x$$

$$f_2(x)=4x^3-7x^2-1 \quad \Rightarrow \quad f_2'(x)=12x^2+14x$$

$$f_3(x)=-5x+6 \quad \Rightarrow \quad f_3'(x)=-5$$

$$f_4(x)=-3x^3+5x^2-2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\hspace{10em}}$$

1. Regel: \_\_\_\_\_

$$f(x)=x^n \quad \Rightarrow \quad \underline{\hspace{10em}} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \text{ einem beliebigem Exponenten}$$

2. Regel: \_\_\_\_\_

$$f(x)=c \quad \Rightarrow \quad \underline{\hspace{10em}} \quad \text{mit } c \in \mathbb{R} \text{ einer beliebigen Konstante}$$