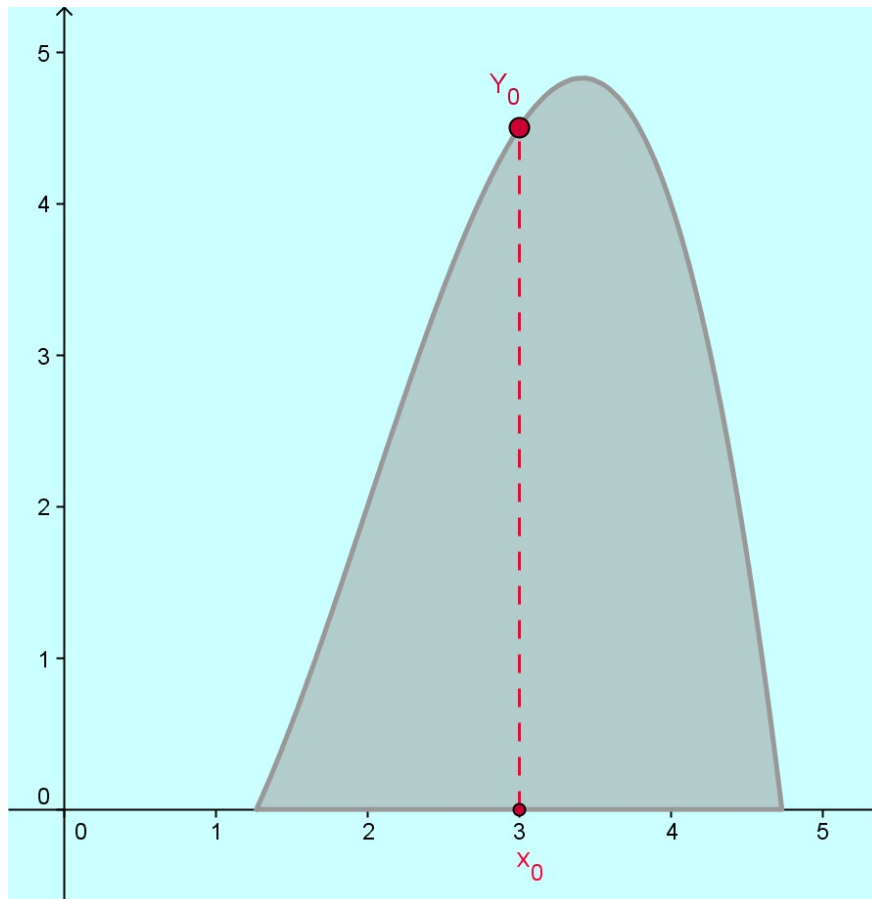


Bergbesteigung

Ein Bergsteiger macht Rast. Er denkt über das nach, was er bereits hinter sich gelassen hat und wie hoch er noch muss. Dabei kommt ihm die Frage: „Wie steil mag der Berg wohl genau an dieser Stelle sein, an der ich gerade sitze?“

Der Berg kann durch die Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 3x$ beschrieben werden.



1 Vorüberlegungen

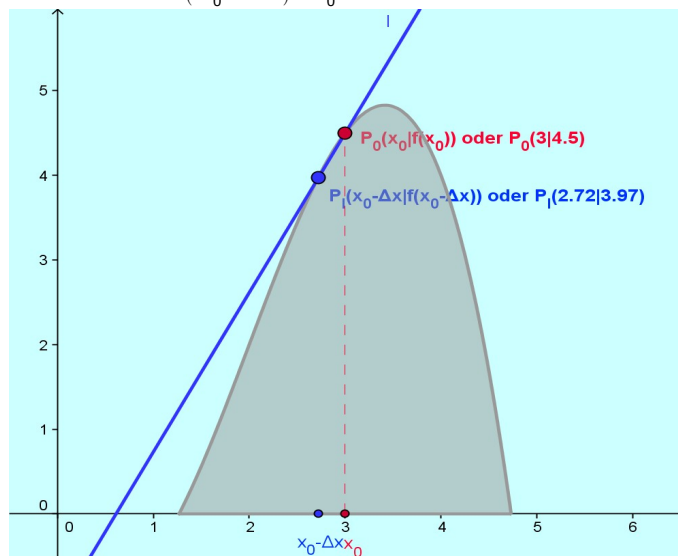
Äußern Sie sich zu Berechnungsmöglichkeiten, die Steigung im Punkt $P(x_0; y_0)$ annähernd zu bestimmen.

Wie könnte man eine einfach zuberechnende Steigung in der Nähe von x_0 erhalten?

Steigung m_l auf der linken Seiten ($x_0 - \Delta x$)

Die Steigung in einem Punkt links vom betrachteten Punkt x_0 (hier: $x_0=3$) kann wie folgt berechnet werden.

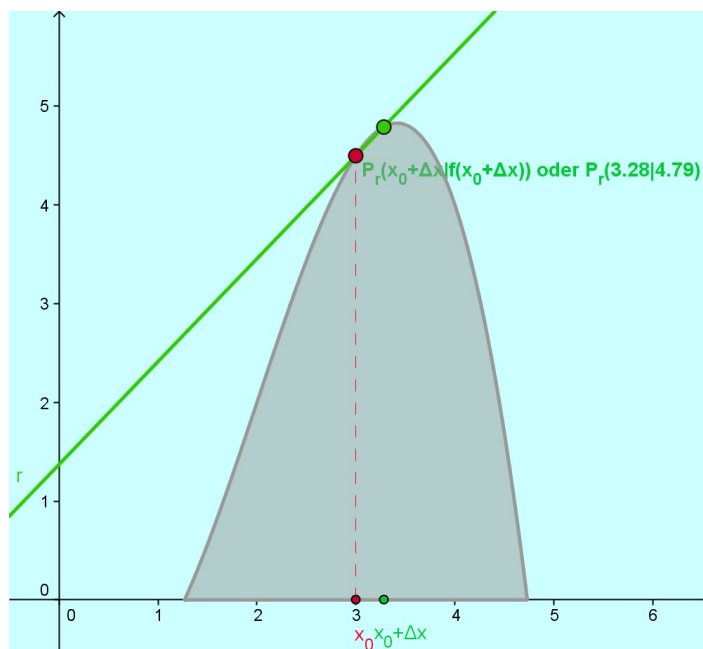
$$m_l = \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 - \Delta x) - x_0} = \frac{f(x_0 - \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x}$$



Steigung m_r auf der rechten Seiten ($x_0 + \Delta x$)

Die Steigung in einem Punkt rechts vom betrachteten Punkt x_0 (hier: $x_0=3$) kann wie folgt berechnet werden.

$$m_r = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{(x_0 + \Delta x) - x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



1 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die **erste Aufgabe** (s. Arbeitsblatt GeoGebra Einführung).

Verändern Sie den Abstand Δx vom betrachteten Punkt x_0 .

Notieren Sie die Steigungen m_l und m_r für die gegebenen Werte von n in die folgende Tabelle:

Hinweis:

Durch einen Klick auf den Schieberegler können Sie mit den Cursor-Tasten „ \uparrow “ „ \downarrow “ den Wert für Δx schrittweise verändern.

Δx	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05
Steigung m_l						
Steigung m_r						

a) Beschreiben Sie das Verhalten von m_l und m_r in Abhängigkeit von Δx .

b) Äußern Sie Ihre Einschätzung über die Entwicklung der beiden Werte für $\Delta x \rightarrow 0$.

2 Aufgabe

Laden Sie bitte die ggb-Datei für die **zweite Aufgabe** (s. Arbeitsblatt Geogebra Einführung).
Der Wert für $\Delta x = 0.01$ soll nun nicht mehr variiert werden.

a) Verändern Sie mit dem Schieberegler x_0 die betrachtete Stelle und notieren Sie die Werte der **Steigung** m_r in der folgenden Tabelle:

x_0	1,27	1,5	2	3	4	4,73
Steigung m_r						

b) Aktivieren Sie die „Spur ein“ am Punkte m_r (Rechtsklick auf den Punkt), um die durchlaufenden Funktionswerte anzeigen zu lassen.

c) Lässt sich ein Zusammenhang zwischen den Punkten erkennen? Wenn ja, versuchen Sie eine Funktionsgleichung zu formulieren (**TIP**: Scheitelpunktform)

d) Lassen Sie von GeoGebra durch die Eingabe:

die Funktion $g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 3$ zeichnen.

$g(x) = -1.5 x^2 + 6x - 3$

Der Berg wird (s.o.) mit $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 - 3x$ beschrieben.

Äußern Sie sich zum Zusammenhang zwischen den Funktionen $f(x)$ und $g(x)$.

e) Im Folgenden Sie Beispiele für die Funktion f und die dazugehörige Steigungsfunktion f' angeben. Leiten Sie Regeln ab, um aus einer beliebigen Funktion f die Steigungsfunktion f' anzugeben.

$$f_1(x) = x^2 + 2 \quad \Rightarrow \quad f_1'(x) = 2x$$

$$f_2(x) = 4x^3 - 7x^2 - 1 \quad \Rightarrow \quad f_2'(x) = 12x^2 + 14x$$

$$f_3(x) = -5x + 6 \quad \Rightarrow \quad f_3'(x) = -5$$

$$f_4(x) = -3x^3 + 5x^2 - 2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\hspace{5cm}}$$

1. Regel: _____

$$f(x) = x^n \quad \Rightarrow \quad \underline{\hspace{5cm}} \quad \text{mit } n \in \mathbb{N} \text{ einem beliebigem Exponenten}$$

2. Regel: _____

$$f(x) = c \quad \Rightarrow \quad \underline{\hspace{5cm}} \quad \text{mit } c \in \mathbb{R} \text{ einer beliebigen Konstante}$$