Übungsaufgaben zu linearen Gleichungssystemen (LGS)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ und (wo erforderlich) auch in Definitionsmenge $\mathbb{D}$.

1.
$$\begin{vmatrix} x_1 & + & 2\,x_2 & - & 0{,}7\,x_3 & = 21 \\ 3\,x_1 & + & 0{,}2\,x_2 & - & x_3 & = 24 \\ 0{,}9\,x_1 & + & 7\,x_2 & - & 2\,x_3 & = 27 \end{vmatrix}$$

2.
$$\begin{vmatrix} 1{,}2\,x_1 & - & 0{,}9\,x_2 & + & 1{,}5\,x_3 & = 2{,}4 \\ 0{,}8\,x_1 & - & 0{,}5\,x_2 & + & 2{,}5\,x_3 & = 1{,}8 \\ 1{,}6\,x_1 & - & 1{,}2\,x_2 & + & 2\,x_3 & = 3{,}2 \end{vmatrix}$$

3.
$$\begin{vmatrix} x & + & 3z & = & 2 & +y \\ y & - & 3z & = & x & -2 \\ 6z & - & 2y & = & 5 & -2x \end{vmatrix}$$

4.
$$\begin{vmatrix} \dfrac{x}{a+b} & - & \dfrac{y}{a-b} & = & a-b \\[2mm] \dfrac{x}{a} & + & \dfrac{y}{b} & = & 2a \end{vmatrix}$$

5.
$$\begin{vmatrix} \dfrac{1}{x_1} & - & \dfrac{1}{x_2} & - & \dfrac{4}{x_3} & = -5 \\[2mm] \dfrac{2}{x_1} & + & \dfrac{2}{x_2} & - & \dfrac{12}{x_3} & = 18 \\[2mm] \dfrac{1}{x_3} & - & \dfrac{3}{x_1} & + & \dfrac{2}{x_2} & = -4 \end{vmatrix}$$

6.
$$\begin{vmatrix} 2\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 2\,x_3 & + & 3\,x_4 & = 16 \\ 3\,x_1 & + & 3\,x_2 & - & 2\,x_3 & - & 3\,x_4 & = 19 \\ 3\,x_1 & - & 3\,x_2 & + & 3\,x_3 & - & 2\,x_4 & = 0 \\ 2\,x_1 & + & 2\,x_2 & - & 3\,x_3 & - & 2\,x_4 & = 11 \end{vmatrix}$$

7.
$$\begin{vmatrix} x & - & y & = & 3 \\ y & - & z & = & 2 \\ z & - & u & = & 1 \\ u & - & v & = & 0 \\ v & + & x & = & 20 \end{vmatrix}$$

8.
$$\begin{vmatrix} \dfrac{2x+1}{x-4} & - & \dfrac{y+2}{y-1} & = & 1 \\[2mm] \dfrac{3x-1}{x-3} & - & \dfrac{2y+8}{y+1} & = & 1 \end{vmatrix}$$

9.
$$\begin{vmatrix} 0{,}4\,x_1 & + & 0{,}3\,x_2 & - & 0{,}2\,x_3 & = 4 \\ 0{,}6\,x_1 & - & 0{,}5\,x_2 & + & 0{,}3\,x_3 & = 5 \\ 0{,}3\,x_1 & + & 0{,}2\,x_2 & + & 0{,}5\,x_3 & = 22 \end{vmatrix}$$

10.
$$\begin{vmatrix} \dfrac{12}{2x+3y} & - & \dfrac{7{,}5}{3x+4z} & = & 1 \\[2mm] \dfrac{30}{3x+4z} & + & \dfrac{37}{5y+9z} & = & 3 \\[2mm] \dfrac{222}{5y+9z} & - & \dfrac{8}{2x+3y} & = & 5 \end{vmatrix}$$

Lösungen (in wahlloser Reihenfolge):

$\mathbb{L}_{x,y,z} = \{(1\,;\,2\,;\,3)\}$ $\mathbb{L}_{x_1,x_2,x_3,x_4} = \{(3\,;\,4\,;\,1\,;\,0)\}$ $\mathbb{L}_{x,y} = \{(7\,;\,2)\}$

$\mathbb{L} = \{\ \}$ $\mathbb{L}_{x_1,x_2,x_3,x_4} = \{(3{,}5-12{,}5\,x_3\,;\,2-15\,x_3\,;\,x_3)\}$

$\mathbb{L}_{x_1,x_2,x_3} = \left\{\left(\dfrac{1}{7}\,;\,\dfrac{1}{8}\,;\,1\right)\right\}$ $\mathbb{L}_{x_1,x_2,x_3} = \{(30\,;\,20\,;\,70)\}$ $\mathbb{L}_{x,y} = \{(a\,(a+b)\,;\,b\,(a-b))\}$

$\mathbb{L}_{x_1,x_2,x_3} = \{(10\,;\,20\,;\,30)\}$ $\mathbb{L}_{x,y,z,u,v} = \{(13\,;\,10\,;\,8\,;\,7\,;\,7)\}$